

14.1

Ajatellessa, että henkilö valitsee ensin alkuruuan, sen jälkeen pääruuan ja viimeiseksi jälkiruuan. Alkuruuan voi valita 5 tavalla, sen jälkeen pääruuan 4 tavalla ja sitten jälkiruuan 3 tavalla.

Kolmen ruokalajin aterian voi valita

$$5 \cdot 4 \cdot 3 = 60 \text{ tavalla.}$$

Vastaus

60

14.2

- a) Ajatellaan, että Kuisma valitsee ensin hihattoman paidan, sitten collegeshortsit ja viimeiseksi sandaalit.

Kuisma voi valita asukokonaisuuden

$$3 \cdot 3 \cdot 2 = 18 \text{ tavalla.}$$

- b) Paitoja on kaikkiaan $4 + 3 = 7$ kappaletta, joten paidan voi valita 7 tavalla.

Shortseja on kaikkiaan $2 + 3 = 5$ kappaletta, joten shortsit voi valita 5 tavalla.

Kenkiä on kaikkiaan $1 + 2 = 3$ kappaletta, joten kengät voi valita 3 tavalla.

Kuisma voi valita asukokonaisuuden

$$7 \cdot 5 \cdot 3 = 105 \text{ tavalla.}$$

- b) Tapahtumalle ”hihaton paita, collegeshortsit ja sandaalit” suotuisia yhdistelmiä on 18. Yhdistelmiä on kaikkiaan 105.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(\text{hihaton paita, collegeshortsit ja sandaalit}) = \frac{18}{105} \approx 0,171$$

Vastaus

- a) 18
b) 105
b) 0,171

14.3

- a) Tarkastellaan numerosarjan muodostumista vaiheittain numero kerrallaan. Jokaisessa vaiheessa numerolle on 10 vaihtoehtoa.

Numerosarjojen lukumäärä on

$$\begin{aligned} &10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \\ &= 10^5 \\ &= 100\,000. \end{aligned}$$

- b) Koska sama numero ei saa toistua, jokaisessa vaiheessa numerolle on yksi vaihtoehto vähemmän kuin edellisessä vaiheessa.

Numerosarjojen lukumäärä on

$$\begin{aligned} &10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \\ &= 30\,240. \end{aligned}$$

Vastaus

- a) 100 000
b) 30 240

14.4

- a) Neljä Daltonin veljestä voi asettua jonoon

$$4! = 24$$

tavalla.

- b) Seitsemän veljestä voi asettua jonoon

$$7! = 5040$$

tavalla.

- c) 19 ministeriä voi asettua jonoon

$$19! = 121\,645\,100\,408\,832\,000 \approx 1,22 \cdot 10^{17}$$

tavalla.

Vastaus

- a) 24

- b) 5040

- c) $121\,645\,100\,408\,832\,000 \approx 1,22 \cdot 10^{17}$

14.5

- a) Luokat voivat asettua järjestykseen

$$9! = 362\,880$$

eri tavalla.

- b) Yhdessä vuodessa ehditään kokeilla 190 järjestystä. Lasketaan, kuinka monessa vuodessa ehditään kokeilla kaikki järjestykset.

$$\frac{362\,880}{190} \approx 1910$$

Kaikki järjestykset ehditään kokeilla 1910 vuodessa.

Vastaus

- a) 362 880

- b) 1910 vuoden kuluttua

14.6

- a) Unnalla on yhteensä $4 + 3 = 7$ kirjaa. Unna voi asettaa kirjat riviin

$$7! = 5040$$

tavalla.

- b) Aihepiirit voi järjestää keskenään kahdella tavalla. Ensiksi lintukirjat ja sitten kasvikirjat tai ensiksi kasvikirjat ja sitten lintukirjat.

Lintukirjojen keskinäinen järjestys voidaan valita $4! = 24$ tavalla ja kasvikirjojen keskinäinen järjestys $3! = 6$ tavalla.

Järjestyksiä, joissa saman aihepiirin kirjat ovat peräkkäin, on kaikkiaan

$$2 \cdot 4! \cdot 3! = 288.$$

- c) Kun lintukirjat ovat peräkkäin, on kasvikirjat kaikki rivin lopussa, yksi rivin alussa, kaksi rivin alussa tai kaikki rivin alussa:

L L L L K K K
K L L L L K K
K K L L L L K
K K K L L L L

Kasvikirjojen paikka voidaan valita 4 tavalla.

Lintukirjojen keskinäinen järjestys voidaan valita $4! = 24$ tavalla ja kasvikirjojen keskinäinen järjestys $3! = 6$ tavalla.

Järjestyksiä, joissa saman lintukirjat ovat peräkkäin, on kaikkiaan

$$4 \cdot 4! \cdot 3! = 576$$

Vastaus

- a) 5040 b) 288 c) 576

14.7

- a) Seitsemän kääpiötä voi asettaa jonoon $7! = 5040$ tavalla.

Jos Viisas on ensimmäisenä, jäljelle jäävät kuusi kääpiötä voi asettaa jonoon $6! = 720$ tavalla.

Tapahtumalle ”Viisas on ensimmäisenä” suotuisia jonoja on 720. Mahdollisia jonoja on kaikkiaan 5040.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(\text{Viisas ensimmäisenä}) = \frac{720}{5040} \approx 0,143$$

- b) Seitsemän kääpiötä voi asettaa jonoon 5040 tavalla.

Jos Lystikäs on kuudentena, jäljelle jäävät kuusi kääpiötä voi asettaa jonoon $6! = 720$ tavalla.

Lystikäs vie jonosta kuudennen paikan, joten jäljelle jäävät kääpiöt asetetaan jäljelle jääneille kuudelle paikalle jonoon.

Tapahtumalle ”Lystikäs on kuudentena” suotuisia jonoja on 720. Mahdollisia jonoja on kaikkiaan 5040.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(\text{Lystikäs kuudentena}) = \frac{720}{5040} \approx 0,143$$

c) Seitsemän kääpiötä voi asettaa jonoon 5040 eri tavalla.

Jos Viisas on ensimmäisenä ja Lystikäs kuudentena, jäljelle jäävät viisi kääpiötä voi asettaa jonoon $5! = 120$ tavalla.

Viisas vie paikoista ensimmäisen ja Lystikäs kuudennen paikan, joten jäljelle jäävät kääpiöt asetetaan jäljelle jääneille viidelle paikalle jonoon.

Tapahtumalle ”Viisas on ensimmäisenä ja Lystikäs kuudentena” suotuisia jonoja on 120. Mahdollisia jonoja on kaikkiaan 5040.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(\text{Lystikäs kuudentena}) = \frac{120}{5040} \approx 0,0238$$

Vastaus

a) 0,143

b) 0,143

c) 0,0238

14.8

- a) Punaisia kortteja on pakassa 26. Koska kortit palautetaan pakkaan, jokaisella nostolla punainen kortti voidaan nostaa 26 tavalla.

Neljä punaista korttia voidaan nostaa

$$\begin{aligned} & 26 \cdot 26 \cdot 26 \cdot 26 \\ &= 26^4 \\ &= 456\,976 \end{aligned}$$

tavalla.

Kortteja on pakassa 52. Koska kortit palautetaan pakkaan, jokaisella nostolla kortti voidaan nostaa 52 tavalla.

Neljä korttia voidaan nostaa

$$\begin{aligned} & 52 \cdot 52 \cdot 52 \cdot 52 \\ &= 52^4 \\ &= 7\,311\,616 \end{aligned}$$

tavalla.

Tapahtumalle ”kaikki kortit ovat punaisia” suotuisia tapoja on 456 976. Mahdollisia tapoja on kaikkiaan 7 311 616.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(\text{kaikki kortit ovat punaisia}) = \frac{456976}{7311616} = 0,0625$$

- b) Punaisia kortteja on pakassa 26. Koska kortteja ei palauteta pakkaan, jokaisella nostolla on yksi kortti vähemmän kuin edellisellä nostolla.

Neljä punaista korttia voidaan nostaa

$$26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \\ = 358800$$

tavalla.

Kortteja on pakassa 52. Koska kortteja ei palauteta pakkaan, jokaisella nostolla on yksi kortti vähemmän kuin edellisellä nostolla.

Neljä korttia voidaan nostaa

$$52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \\ = 6497400$$

tavalla.

Tapahtumalle ”kaikki kortit ovat punaisia” suotuisia tapoja on 358 800. Mahdollisia tapoja on kaikkiaan 6 497 400.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(\text{kaikki kortit ovat punaisia}) = \frac{358800}{6497400} \approx 0,0552$$

Vastaus

- a) 0,0625
b) 0,0552

14.9

- a) Veikkausrivissä on 13 kohdetta. Jokaisessa kohteessa on 3 vaihtoehtoa.

Rivien lukumäärä on

$$\begin{aligned} & 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \\ &= 3^{13} \\ &= 1594323. \end{aligned}$$

- b) Vääriä vaihtoehtoja on jokaisessa kohteessa 2.

Rivejä, joissa ei ole yhtään oikein, on

$$\begin{aligned} & 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \\ &= 2^{13} \\ &= 8192. \end{aligned}$$

- c) Tapahtumalle ”13 oikein” suotuisia rivejä on 1. Mahdollisia rivejä on kaikkiaan 1 594 323.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(13 \text{ oikein}) = \frac{1}{1594323} \approx 6,27 \cdot 10^{-7}$$

- d) Tapahtumalle "ei yhtään oikein" suotuisia rivejä on 8192.
Mahdollisia rivejä on kaikkiaan 1 594 323.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(\text{ei yhtään oikein}) = \frac{8192}{1594323} \approx 0,00514$$

- e) Tapahtuman "ainakin yksi oikein" vastatapahtuma on "ei yhtään oikein".

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$\begin{aligned} P(\text{ainakin yksi oikein}) &= 1 - P(\text{ei yhtään oikein}) \\ &= 1 - \frac{8192}{1\,594\,323} \\ &\approx 0,995 \end{aligned}$$

Vastaus

- a) 1 594 323
- b) 8192
- c) $6,27 \cdot 10^{-7}$
- d) 0,00514
- e) 0,995

14.10

- a) Tarkastellaan sanan muodostumista vaiheittain kirjain kerrallaan. Koska sama kirjain ei saa toistua, jokaisessa vaiheessa kirjaimelle on yksi vaihtoehto vähemmän kuin edellisessä vaiheessa.

Sanojen lukumäärä on

$$29 \cdot 28 \cdot 27 \\ = 21\,924.$$

- b) Sama kirjain saa toistua, joten jokaisessa vaiheessa on 29 vaihtoehtoa.

Sanojen lukumäärä on

$$29 \cdot 29 \cdot 29 \\ = 29^3 \\ = 24\,389.$$

- c) Tapahtuma "ainakin kaksi samaa kirjainta" toteutuu silloin, kun kaikki kolme kirjainta eivät ole eri kirjaimia.

Vähennetään siis kaikkien mahdollisten sanojen määrästä niiden sanojen määrä, joissa on ainoastaan eri kirjaimia.

$$24\,389 - 21\,924 = 2465$$

Sanoja, joissa jokin kirjain esiintyy useammin kuin kerran, on 2465.

Vastaus

- a) 21 924
- b) 24 389
- c) 2465

14.11

- a) Ajatellaan, että tunnukseen valitaan ensin kirjaimet järjestyksessä ja sitten numerot järjestyksessä.

Ensimmäinen kirjain voidaan valita 3 tavalla. Toinen kirjain voidaan valita 29 tavalla ja samoin kolmas kirjain.

Luku ei voi alkaa numerolla 0, joten ensimmäinen numero voidaan valita 9 tavalla. Toinen numero 10 tavalla ja samoin kolmas numero.

Erilaisia vanhan säädöksen mukaisia tunnuksia voidaan muodostaa

$$3 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 10 = 2270700.$$

- b) Jos viimeinen kirjain on W, ensimmäinen kirjain voidaan valita 3 vaihtoehdosta ja toinen kirjain 29 vaihtoehdosta.

Koska luku ei voi alkaa numerolla 0, sen suuruus on aina vähintään sata. Ensimmäinen numero voidaan siis valita 9 tavalla. Toinen numero 10 tavalla ja samoin kolmas numero.

Ehdot täyttäviä vanhan säädöksen mukaisia tunnuksia voidaan muodostaa

$$3 \cdot 29 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 10 = 78300.$$

Tapahtumalle ”kolmas kirjain W ja luku vähintään 100” suotuisia yhdistelmiä on 78 300. Yhdistelmiä on kaikkiaan 2 270 700.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(\text{kolmas kirjain W ja luku vähintään 100}) = \frac{78300}{2270700} \approx 0,0345$$

Vastaus

- a) 2 270 700 b) 0,0345

14.12

- a) Tarkastellaan avaimen lovisarjan muodostumista vaiheittain lovi kerrallaan. Jokaisessa vaiheessa syvyydelle on 6 vaihtoehtoa.

Erilaisten avainten lukumäärä on

$$\begin{aligned} &6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \\ &= 6^9 \\ &= 10077696. \end{aligned}$$

- b) Koska viidessä viimeisessä lovessa sama syvyys ei saa toistua, neljässä viimeisessä vaiheessa loven syvyydelle on aina yksi vaihtoehto vähemmän kuin edellisessä vaiheessa.

Erilaisten avainten lukumäärä on

$$\begin{aligned} &6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \\ &= 933120. \end{aligned}$$

- c) Ensimmäisen loven syvyys voi olla mikä vaan, joten vaihtoehtoja on 6. Seuraavissa lovissa syvyys ei saa olla sama kuin edellisessä, joten vaihtoehtoja on muissa vaiheissa 5.

Erilaisten avainten lukumäärä on

$$\begin{aligned} &6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \\ &= 6 \cdot 5^8 \\ &= 2343750. \end{aligned}$$

Vastaus

- a) 10 077 696
b) 933 120
c) 2 343 750

14.13

- a) Jonon ensimmäisellä paikalla on Juhani ja viimeisellä paikalla Eero. Jäljelle jäävät viisi veljestä voidaan järjestää jonoon $5!$ eri tavalla.

Oikea vastausvaihtoehto on 3.

- b) Juhani voi olla joko jonon ensimmäinen tai jonon viimeinen. Juhaniin paikka voidaan valita kahdella tavalla. Jäljelle jäävät kuusi veljestä voidaan järjestää jonoon $6!$ tavalla.

Erilaisia jonoja on siis $2 \cdot 6!$.

Oikea vastausvaihtoehto on 5.

- c) Puheenjohtaja voidaan valita 7 vaihtoehdosta. Sama henkilö ei voi olla puheenjohtaja ja sihteeri, joten sihteeri voidaan valita 6 vaihtoehdosta.

Erilaisia vaihtoehtoja on siis $7 \cdot 6$.

Oikea vastausvaihtoehto on 1.

Vastaus

- a) 3
- b) 5
- c) 1

14.14

- a) Viidestä henkilöstä voidaan muodostaa $5! = 120$ erilaista hiihtojärjestystä.

Tapahtumassa ”saman kaupungin edustajat lähtevät peräkkäin” ensin hiihtävät kuopiolaiset ja sitten varkautelaiset tai ensin varkautelaiset ja sitten kuopiolaiset. Kuopiolaiset voidaan asettaa keskenään $2! = 2$ erilaiseen järjestykseen. Varkautelaiset voidaan asettaa keskenään $3! = 6$ erilaiseen järjestykseen.

Erilaisia järjestyksiä on $2 \cdot 2 \cdot 6 = 24$.

Tapahtumalle ”saman kaupungin edustajat lähtevät peräkkäin” suotuisia järjestyksiä on 24. Järjestyksiä on kaikkiaan 120.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(\text{saman kaupungin edustajat lähtevät peräkkäin}) = \frac{24}{120} = 0,2$$

- b) Kuopiolaisten hiihtämät osuudet voidaan valita neljällä tavalla.

K K V V V
V K K V V
V V K K V
V V V K K

Kuopiolaiset voidaan asettaa keskenään $2! = 2$ erilaiseen järjestykseen. Varkautelaiset voidaan asettaa keskenään $3! = 6$ erilaiseen järjestykseen.

Erilaisia järjestyksiä on $4 \cdot 2 \cdot 6 = 48$.

Tapahtumalle ”kuopiolaiset lähtevät peräkkäin” suotuisia järjestyksiä on 48. Järjestyksiä on kaikkiaan 120.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(\text{kuopiolaiset lähtevät peräkkäin}) = \frac{48}{120} = 0,4$$

- c) Kuopiolaisten ja varkautelaisten hiihtämät osuudet voidaan valita ainoastaan yhdellä tavalla.

V K V K V

Kuopiolaiset voidaan asettaa keskenään $2! = 2$ erilaiseen järjestykseen. Varkautelaaiset voidaan asettaa keskenään $3! = 6$ erilaiseen järjestykseen.

Erilaisia järjestyksiä on $1 \cdot 2 \cdot 6 = 12$.

Tapahtumalle ”saman kaupungin edustajat eivät lähde peräkkäin” suotuisia järjestyksiä on 12. Järjestyksiä on kaikkiaan 120.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(\text{saman kaupungin edustajat eivät lähde peräkkäin}) = \frac{12}{120} = 0,1$$

Vastaus

- a) 0,2
- b) 0,4
- c) 0,1

14.15

- a) Tarkastellaan heittosarjan muodostumista vaiheittain heitto kerrallaan. Jokaisessa vaiheessa on 6 vaihtoehtoa.

Tulosrivien lukumäärä on

$$\begin{aligned} &6 \cdot 6 \cdot 6 \\ &= 6^3 \\ &= 216. \end{aligned}$$

- b) Koska sama silmäluku ei saa toistua, jokaisessa vaiheessa on yksi vaihtoehto vähemmän kuin edellisessä vaiheessa.

Tulosrivien lukumäärä on

$$\begin{aligned} &6 \cdot 5 \cdot 4 \\ &= 120. \end{aligned}$$

- c) Tapahtumalle ”jokaisella heitolla eri silmäluku” suotuisia tulosrivejä on 120. Tulosrivejä on kaikkiaan 216.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(\text{jokaisella heitolla eri silmäluku}) = \frac{120}{216} \approx 0,56$$

Kannattaa lyödä, sillä todennäköisyys on suurempi kuin 0,5.

Vastaus

- a) 216
- b) 120
- c) kannattaa

14.16

- a) Ajatellaan, että matkustajat saapuvat bussiin yksi kerrallaan ja valitsevat istumapaikan vapaista paikoista. Ensimmäinen matkustaja voi valita 9 paikasta, seuraava 8 paikasta ja niin edelleen. Viimeisen valitessa paikkaansa bussissa on vain yksi paikka jäljellä.

9 retkeilijää sijoittua pikkubussiin istumaan

$$\begin{aligned} & 9 \cdot 8 \cdot 76 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \\ & = 9! \\ & = 362\,880 \end{aligned}$$

tavalla.

- b) Ajatellaan edelleen, että matkustajat saapuvat bussiin yksi kerrallaan ja valitsevat istumapaikan vapaista paikoista. Ensimmäisellä matkustajalla on valittavana 16 paikkaa, toisella 15 paikkaa ja niin edelleen. Viimeisen valitessa paikkaansa bussissa on jo 8 henkeä, joten paikkoja on jäljellä $16 - 8 = 8$.

$$\begin{aligned} & 16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \\ & = 4\,151\,347\,200 \end{aligned}$$

Vastaus

- a) 362 880
b) 4 151 347 200

14.17

Lasketaan, kuinka monta erilaista kolmen ensimmäisen kuljettajan järjestystä on olemassa. Voittaja on joku 20 kuljettajasta, toiseksi tullut joku 19 kuljettajasta ja kolmanneksi tullut joku 18 kuljettajasta.

Erilaisia kolmen ensimmäisen kuljettajan järjestyksiä on

$$20 \cdot 19 \cdot 18 = 6840.$$

Tapahtumalle ”Paavon veikkaus osuu oikeaan” suotuisia järjestyksiä on 1. Järjestyksiä on kaikkiaan 6840.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(\text{Paavo osuu oikeaan}) = \frac{1}{6840} \approx 0,000146$$

Vastaus

0,000 146

14.18

- a) Ysejä on pakassa 4. Koska kortteja ei palauteta pakkaan, jokaisella nostolla on yksi kortti vähemmän kuin edellisellä nostolla. Kaksi ysiä voidaan nostaa kahtena ensimmäisenä korttina $4 \times 3 = 12$ tavalla.

Kortteja on pakassa 52. Koska kortteja ei palauteta pakkaan, jokaisella nostolla on yksi kortti vähemmän kuin edellisellä nostolla. Kaksi ensimmäistä korttia voidaan nostaa $52 \cdot 51 = 2652$ tavalla.

Tapahtumalle ”kaksi ensimmäistä ovat ysejä” suotuisia tapoja on 12. Mahdollisia tapoja on kaikkiaan 2652.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(\text{kaksi ensimmäistä ovat ysejä}) = \frac{12}{2652} \approx 0,00452$$

- b) Mustia kortteja on pakassa 26. Kolme mustaa voidaan nostaa kolmena ensimmäisenä korttina $26 \cdot 25 \cdot 24 = 15600$ tavalla.

Kortteja on pakassa 52. Kolme ensimmäistä korttia voidaan nostaa $52 \cdot 51 \cdot 50 = 132600$ tavalla.

Tapahtumalle ”kolme ensimmäistä ovat mustia” suotuisia tapoja on 15 600. Mahdollisia tapoja on kaikkiaan 132 600.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(\text{kolme ensimmäistä mustia}) = \frac{15600}{132600} \approx 0,118$$

- c) Herttoja on pakassa 13. Viis herttaa voidaan nostaa $13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 = 154440$ tavalla.

Kortteja on pakassa 52. Viisi korttia voidaan nostaa $52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48 = 311875200$ tavalla.

Tapahtumalle ”kaikki viisi ovat herttoja” suotuisia tapoja on 154 440 .
Mahdollisia tapoja on kaikkiaan 311 875 200.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(\text{kaikki viisi herttoja}) = \frac{154440}{311875200} \approx 0,000495$$

Vastaus

- a) 0,004 52
b) 0,118
c) 0,000 495

14.19

- a) Pitkävettorivissä on 9 kohdetta. Jokaisessa kohteessa on 3 vaihtoehtoa.

Erilaisten veikkausrivien lukumäärä on

$$\begin{aligned} & 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \\ &= 3^9 \\ &= 19683. \end{aligned}$$

- b) Tapahtumalle ”9 oikein” suotuisia rivejä on 1. Mahdollisia rivejä on kaikkiaan 19 683.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(9 \text{ oikein}) = \frac{1}{19683} \approx 5,08 \cdot 10^{-5}$$

- c) Vääriä vaihtoehtoja on jokaisessa kohteessa 2.

Rivejä, joissa ei ole yhtään oikein, on

$$\begin{aligned} & 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \\ &= 2^9 \\ &= 512. \end{aligned}$$

- d) Tapahtumalle ”ei yhtään oikein” suotuisia rivejä on 512. Mahdollisia rivejä on kaikkiaan 19 683.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(\text{ei yhtään oikein}) = \frac{512}{19683} \approx 0,0260$$

- e) Tapahtuman ”ainakin yksi oikein” vastatapahtuma on ”ei yhtään oikein”.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$\begin{aligned} P(\text{ainakin 1 oikein}) &= 1 - P(\text{ei yhtään oikein}) \\ &= 1 - \frac{512}{19683} \\ &\approx 0,974 \end{aligned}$$

Vastaus

- a) 19 683
- b) $5,08 \cdot 10^{-5}$
- c) 512
- d) 0,0260
- e) 0,974

14.17

Positiivisia nelinumeroisia kokonaislukuja ovat luvut

1000, 1001, 1002, ..., 9999.

Näitä lukuja on yhteensä $9999 - 999 = 9000$ kappaletta.

Selvitetään ensin, kuinka monessa luvussa ei ole yhtään nelosta eikä kuutosta.

Ensimmäinen numero voidaan valita luvuista 1, 2, 3, 5, 7, 8 ja 9 eli seitsemällä tavalla.

Muut kolme numeroa voidaan valita luvuista 0, 1, 2, 3, 5, 7, 8 ja 9 eli kahdeksalla tavalla.

Lukuja, joissa ei ole yhtään nelosta eikä kuutosta, on yhteensä $7 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 3584$ kappaletta.

Lukuja, joissa on vähintään yksi nelonen tai kuutonen, on $9000 - 3584 = 5416$.

Tapahtumalle ”luvussa on ainakin yksi nelonen tai kuutonen” suotuisia lukuja on 5416. Lukuja on kaikkiaan 9000.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(\text{luvussa on ainakin yksi nelonen tai kuutonen}) = \frac{5416}{9000} \approx 0,602$$

Vastaus

0,602

14.21

a) TAPA 1: Systemaattinen kokeilu

Tarkastellaan nimen muodostumista vaiheittain kirjain kerrallaan.
Jokaisessa vaiheessa kirjaimella on 29 vaihtoehtoa.

Jos nimessä on 1 kirjain, erilaisia nimiä on 29.

Jos nimessä on 2 kirjainta, erilaisia nimiä on $29 \cdot 29 = 29^2 = 841$.

Jos nimessä on 3 kirjainta, erilaisia nimiä on

$$29 \cdot 29 \cdot 29 = 29^3 = 24389.$$

Jos nimessä on 4 kirjainta, erilaisia nimiä on

$$29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 = 29^4 = 707281. \quad < 5\,000\,000$$

Jos nimessä on 5 kirjainta, erilaisia nimiä on

$$29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 = 29^5 = 20\,511\,149. \quad > 5\,000\,000$$

Nimen tulee olla viisikirjaiminen, jotta jokaiselle suomalaiselle saadaan eri nimi.

TAPA 2: Yhtälö

Tarkastellaan nimen muodostumista vaiheittain kirjain kerrallaan.
Jokaisessa vaiheessa kirjaimella on 29 vaihtoehtoa.

Jos nimessä on n kirjainta, niin erilaisia nimiä voidaan muodostaa

$$\underbrace{29 \cdot 29 \cdot \dots \cdot 29}_n = 29^n \text{ kappaletta.}$$

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan, millä kirjainten n lukumäärällä erilaisia nimiä on 5 500 000.

$$29^n = 5500000 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$n \approx 4,6$$

Kirjaimia tulee olla yli 4,6 eli vähintään 5.

b) TAPA 1: Systemaattinen kokeilu

Tarkastellaan nimen muodostumista vaiheittain kirjain kerrallaan. Jokaisessa vaiheessa kirjaimella on 29 vaihtoehtoa.

Jos nimessä on 6 kirjainta, erilaisia nimiä on

$$29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 = 29^6 = 594\,823\,321. \quad < 7\,700\,000\,000.$$

Jos nimessä on 7 kirjainta, erilaisia nimiä on

$$29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 \cdot 29 = 29^7 \approx 17\,249\,876\,309. \quad > 7\,700\,000\,000$$

Nimen tulee olla seitsemänkirjaiminen, jotta jokaiselle maapallon asukkaalle saadaan eri nimi.

TAPA 2: Yhtälö

Tarkastellaan nimen muodostumista vaiheittain kirjain kerrallaan. Jokaisessa vaiheessa kirjaimella on 29 vaihtoehtoa.

Jos nimessä on n kirjainta, niin erilaisia nimiä voidaan muodostaa

$$\underbrace{29 \cdot 29 \cdot \dots \cdot 29}_{n \text{ kappaletta}} = 29^n \text{ kappaletta.}$$

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan, millä kirjainten n lukumäärällä erilaisia nimiä on 7 700 000 000.

$$29^n = 7\,700\,000\,000 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$n \approx 6,8$$

Kirjaimia tulee olla yli 6,8 eli vähintään 7.

Vastaus

a) viisikirjaiminen

b) seitsemänkirjaiminen

14.22

- a) Parittomia numeroita on viisi kappaletta (1, 3, 5, 7, 9).

Koska sama numero ei saa toistua, jokaisessa vaiheessa numerolle on yksi vaihtoehto vähemmän kuin edellisessä vaiheessa.

Numerosarjojen lukumäärä on

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \\ = 120.$$

- b) Parittomia numeroita, jotka eivät ole 9, on neljä kappaletta (1, 3, 5, 7).

Koska sama numero ei saa toistua, jokaisessa vaiheessa numerolla on yksi vaihtoehto vähemmän kuin edellisessä vaiheessa.

Tällaisia numerosarjojen lukumäärä on

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \\ = 24.$$

Listataan nämä vaihtoehdot.

1 3 5 7	3 1 5 7	5 1 3 7	7 1 3 5
1 3 7 5	3 1 7 5	5 1 7 3	7 1 5 3
1 5 3 7	3 5 1 7	5 3 1 7	7 3 1 5
1 5 7 3	3 5 7 1	5 3 7 1	7 3 5 1
1 7 3 5	3 7 1 5	5 7 1 3	7 5 1 3
1 7 5 3	3 7 5 1	5 7 3 1	7 5 3 1

Näistä ainoastaan 3 7 1 5 ja 5 1 7 3 toteuttavat ehdon, jonka mukaan koodissa ei ole peräkkäin ”vierekkäisiä” parittomia numeroita. Numerosarjoja on siis kaksi.

Vastaus

- a) 120 b) 2